

一种三维有限元应力分析的可视化方法

阮少卿 唐国安

(复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433)

摘要 提出了一种三维有限元分析结果可视化方法,采用透明效果,将高应力区表示为不透明实体,低应力区表示为透明实体。这样我们能够直接观察高应力区的三维图象,即高应力区的表面形状及其深度。

关键词 有限元分析 可视化 透明度

0 引言

科学计算可视化是计算机图形学的重要研究领域,其研究目标是把函数值计算或实验获得的大量数据表现为人的视觉可以感受的计算机图象。三维数据场的显示是实现科学计算可视化的核心。在三维有限元分析中,人们不仅要了解表面高应力区的形状和大小,而且还需要知道高应力区的深度,这是结构强度设计中所必须考虑的因素。现有的三维应力可视化方法一般有两种:表面等应力图显示^[1]和剖面等应力图显示^[2,3]。显然表面等应力图只能显示实体表面的应力分布,实体内部的应力分布则无法得到表现。剖面等应力图虽然能够看到内部的应力分布形状,但所看到的信息与剖面的位置和方位选择密切相关,选择不当有可能漏掉重要的信息。

为此本文提出了一种新的三维应力可视化方法。该方法首先找出高应力区的边界,并将其表示为不透明的实体。然后将低应力区的外表面表示为透明的实体。这样我们不但能够看得见表面上的高应力区形状,而且还能够透过外表面看清楚高应力区的深度,从而对高应力区能够更加全面地了解。

1 处理流程

如图1所示,以圆截面悬臂梁为例。梁的左侧固定,右端施加集中载荷 P 。根据力学分析可知,悬臂梁的应力分布为:

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} &= 0 \\ \sigma_z &= -\frac{P(L-z)}{I}x \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \frac{(3+2\mu)P}{8(1+\mu)I}(R^2-x^2-\frac{1-2\mu}{3+2\mu}y^2) \\ \tau_{xy} &= -\frac{(1+2\mu)xyP}{4(1+\mu)I} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 μ 为泊松比, I 为转动惯量, R 为圆截面半径。

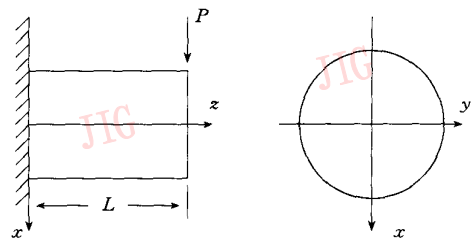


图1 圆柱截面悬臂梁受力示意图

我们将高应力区定义为满足条件的区域,

$$\sigma_m \geq \sigma_c \quad (2)$$

其中:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_z^2 + 3(\tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2)} \quad (3)$$

为当量应力, σ_c 为临界当量应力。

悬臂梁的高应力区分布于左侧固定端的上下两侧(如图2中的实线部分)。显然高应力区边界包括两个部分:一部分是悬臂梁上满足式(2)条件的外表面,另一部分是悬臂梁内部满足条件

$$\sigma_m = \sigma_c \quad (4)$$

的等值面。高应力边界将表示为不透明实体。悬臂梁除去高应力区的外表面(如图2中的虚线部分)将表示为透明实体。然后再以适当的光照模型就能够全面地了解悬臂梁上高应力区的三维形状。

从有限元数据中提取外表面信息将在2.1节说

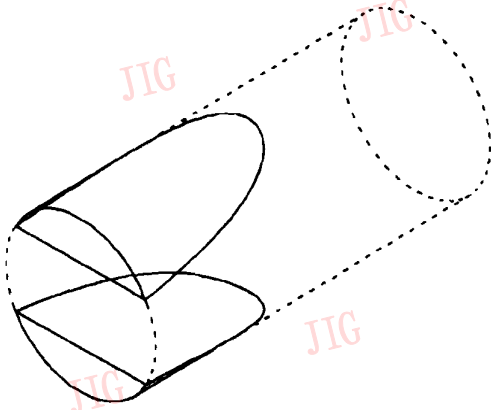


图2 圆柱截面悬臂梁应力分布示意图

明。外表面将进一步被分割成高应力区和低应力区,分割算法将在2.2节中介绍。满足式(4)条件的等值面生成将在2.3节中阐述。整个算法的流程如图3。

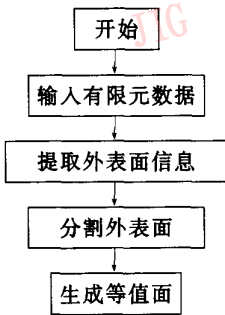


图3 可视化处理流程

2 算法说明

2.1 外表面信息提取

有限元数据是以节点坐标和单元信息方式表示的^[4],我们要从中提取外表面信息。以三维8节点单元为例(如图4),每个单元有六个面元,其中部分面元可能处于物体内部,部分面元可能处于物体的边界(即可见部分)。提取外表面就是要从中得到全部位于物体表面的面元。显然处于物体内部的面元必定为两个单元所共有,而处于物体边界的面元只可能属于一个单元。利用这个特性,我们就可以构造外表面提取的算法。由于有限元分析规模越来越大,整个有限元模型中单元数目经常十分庞大,所以提取算法应当有效、快速。

为了存储面元信息,我们创建一个面元的数据结构:

```

struct FACE {
    int Node[4];
    double Val[4];
    struct FACE * next;
};
  
```

其中Node存储的是每个面元的节点编号,Val是节点上的函数值。然后我们再建立NUMNP个面元链表,链表的首指针分别为:

$$\text{FaceHead}[n], n=0, \dots, \text{NUMNP}-1$$

其中NUMNP为有限元模型中的节点数目。每一个面元将被存放到某个特定的面元链表中,规则是:

设有一个面元的节点编号为Node[0:4],记
 $N_{\min} = \min(\text{Node}[0], \text{Node}[1], \text{Node}[2], \text{Node}[3])$

于是该面元将被存放到首指针为FaceHead[N_{min}]的链表中。

根据以上规则可知,相同的面元只可能存放在同一个链表中。所以,我们比较两个面元是否相同,只要在同一链表搜索就可完成。由于在有限元模型中共用一个节点的单元数目非常少(相对于节点数目),因此每个面元链表的长度也就很短,搜索所用的时间就很少。这对于提高计算效率十分有利。

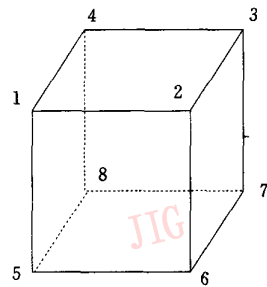


图4 三维8节点实体单元

对于一个8节点单元,其6个面元的局部节点编号分别是:

$$\{1, 2, 3, 4\}, \{8, 7, 6, 5\}, \{1, 4, 8, 5\}, \\ \{2, 6, 7, 3\}, \{1, 5, 6, 2\}, \{3, 7, 8, 4\}.$$

从单元信息我们还能知道每个面元的总体节点编号:

$$\text{Face} = \{\text{Node}[0], \text{Node}[1], \\ \text{Node}[2], \text{Node}[3]\}$$

这里我们约定面元的节点编号按右手法则使得面元的法线指向单元外部,而且还约定

$$\text{Node}[0] = \min(\text{Node}[i]), i=0, 1, 2, 3$$

这样两个单元共用面元的总体节点编号次序必

定是相反的。现在,比较两个以结构 FACE 表示的面元 Face1 和 Face2 是否相等,只要判别条件

$$\text{Face1. Node}[1]=\text{Face2. Node}[3]$$

并且

$$\text{Face1. Node}[2]=\text{Face2. Node}[2]$$

并且

$$\text{Face1. Node}[3]=\text{Face2. Node}[1]$$

由于我们是在指定的链表中搜索,所以条件

$$\text{Face1. Node}[0]=\text{Face2}[0]. \text{Node}$$

自然成立。

鉴于以上考虑,完整的外表面信息提取算法见图 5。

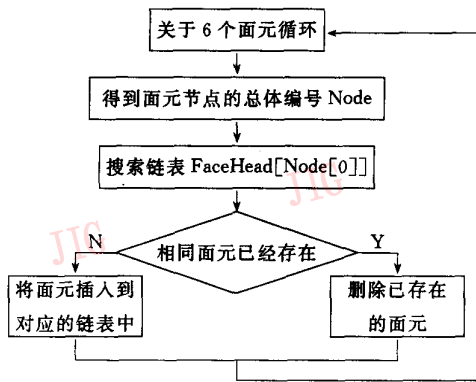


图 5 外表面提取流程

2.2 外表面分割算法

由于外表面的高应力区和低应力区要分别以不同的颜色和透明度分别显示,所以,我们还要对外表面进行划分,把整个表面分割为高应力区与低应力区。

外表面分割对逐个面元进行,且同步显示。给定一个面元 Face,分割算法为:

(1) 记

$$V_{\min}=\min(\text{Face. Val}[i]; i=0,1,2,3)$$

$$V_{\max}=\max(\text{Face. Val}[i]; i=0,1,2,3)$$

(2) 若 $V_{\min} \geq \sigma_c$, 整个面元以不透明方式显示。

(3) 若 $V_{\max} < \sigma_c$, 整个面元以透明方式显示。

(4) 将面元(为一个四边形)按对角线分成 4 个三角形(如图 6):

$$\{1,2,5\}, \{2,3,5\}, \{3,4,5\}, \{4,1,5\}$$

其中节点 5 为面元的型心,型心上的坐标及函数值分别是 4 个角点的算术平均值。

(5) 对这 4 个三角形进行步骤(6)一步骤(11)操作。

(6) 设某个三角形的顶点坐标为 P_1, P_2, P_3 , 函数值为 V_1, V_2, V_3 。不妨假定 $V_1 \leq V_2 \leq V_3$ 。根据以下 5 个条件分别处理:

(7) 若 $V_1 \geq \sigma_c$, 整个三角形以不透明方式显示。

(8) 若 $V_3 \leq \sigma_c$, 整个三角形以透明方式显示。

(9) 若 $V_2 < \sigma_c$, 计算棱线 P_1P_3 和 P_2P_3 与等值面的交点 P 和 Q 。四边形 P_1P_2QP 以透明方式显示, 三角形 PP_3Q 以不透明方式显示。

(10) 若 $V_2 = \sigma_c$, 计算棱线 P_1P_3 与等值面的交点 P 。三角形 P_1P_2P 以透明方式显示, 三角形 P_2P_3P 以不透明方式显示。

(11) 若 $V_2 > \sigma_c$, 计算棱线 P_1P_2 和 P_1P_3 与等值面的交点 P 和 Q 。三角形 P_1PQ 以透明方式显示, 四边形 PP_2P_3Q 以不透明方式显示

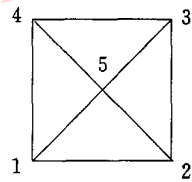


图 6 4 节点面元

2.3 等值面单元的形成

由于等值面是物体内高应力区与低应力区的界线。一般情况下等值面为非线性曲面。但是如果我们采用与文献[3]相同的方法将 8 节点单元划分成 24 个四面体, 每个四面体上的函数值采用线性插值, 这样在每个四面体上的等值面将是线性的平面。因此如能得到每个四面体与平面的剖面, 我们也就得到了整个物体内的等值面。四面体与平面的剖面的计算与文献[3]相似。但在此我们所要的剖面信息只有顶点坐标, 顶点的节点编号不再需要。因此文献[3]中算法可以得到简化。最后将生成剖面以不透明方式显示, 就完成了整个有限元应力分析结果的可视化过程。

3 实例分析

我们运用以上的算法分析了两个实例。

第一个实例为图 2 所示的圆截面悬壁梁受力弯曲, 它的有限元模型中节点数为 14,167 个, 单元数为 12,960 个, 我们取临界应力 σ_c 为圆截面悬壁梁上的平均应力。图 7 是用本文方法绘制的可视化应力图, 图中我们可以清晰地看到悬壁梁的高应力低分布形状和深度。

另一个实例为航空发动机的空心涡轮叶片,有限元模型中的节点数为4,769个,单元有2,747个。对此我们也取临界应力 σ_c 为叶片上的平均应力。从图8中可以很清晰地看到高应力区分布在叶片的根部,而且前后两侧都存在高应力区。叶片内的等值面

也清晰可见,并且高应力区与等值面之间的深度也得到了很好的体现。

这两个实例的有限元模型都具有相当规模,在P-II266微机上运行只需几秒钟时间,因此本文方法的处理速度是令人满意的。

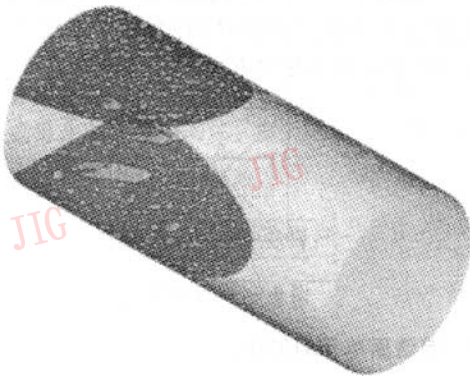


图7 圆柱截面悬臂梁应力分布可视化结果

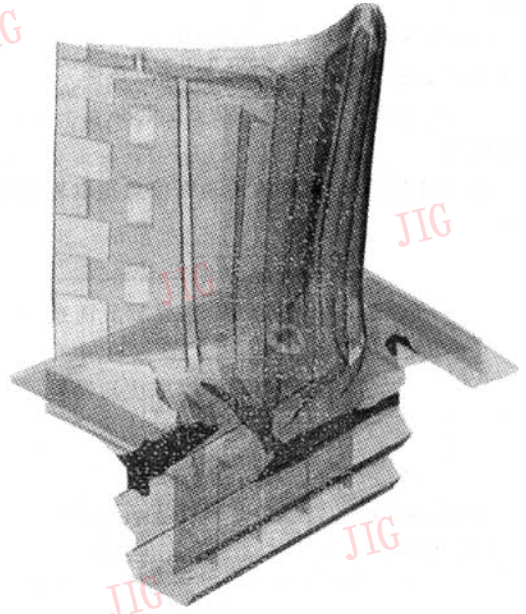


图8 航空发动机的空心涡轮叶片可视化结果

4 结束语

有限元的分析结果数据量是十分庞大的,如不通过合适的可视化方法进行显示,将在很大程度上影响有限元分析的实际应用。本文通过高效、直观的算法,实现了对三维有限元分析结果的一种可视化方法,能够更加全面、直观地了解分析结果,为结构强度设计提供了很好的帮助。

参考文献

- 1 Stelzer J F *et al.* Plotting of contours in a natural way. In: *J for Numer Meth in Eng*, 1987, 24:1757~1769.
- 2 Kontopidis G D *et al.* A predictor-corrector contouring algorithm for isoparametric 3D elements. *Int J for Numer Meth in Eng*, 1983, 19:1995~2004.
- 3 唐国安等. 三维实体任意剖面上的等值线算法. *计算机辅助设计与图形学学报*, 1998, 10.
- 4 Zienkiewicz O C. *The Finite Element Method*, 3rd edition. London: Mc Graw-Hill, 1977.



阮少卿 1972年出生,复旦大学力学与工程科学系硕士研究生。主要研究方向为计算力学。



唐国安 1962年出生,复旦大学力学与工程科学系教授。主要研究方向为计算力学, CAD/CAE等。发表论文20余篇,曾获得上海市科技进步一等奖、三等奖和航天工业总公司科技进步三等奖等若干项。

A Visualization Method of 3D Finite Element Analysis

Ruan Shaoqing, Tang Guoan

(Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433)

Abstract This paper presents a visualization method of 3D finite element analysis. The high stress zone is filled with translucent material and the low stress zone is filled with transparent material. In this way, the 3D image of high stress zone, both the shape on surface and the depth of the zone, can be observed directly.

Keywords Finite element analysis, Visualization, Transparency

数字彩色描绘绚烂的新世纪

——“惠普大幅面数字彩色时空”展示会隆重开幕

世纪之交,人们对未来满怀憧憬。1999年8月18日“惠普大幅面数字彩色时空”大型展示会,在北京香格里拉饭店隆重举行,惠普的数字彩色技术让与会嘉宾领略到新世纪的绚烂画面。

会上惠普公司推出了其大幅面数字彩色打印机应用于各个领域的最佳解决方案,还展示了由惠普大幅面技术的发源地巴塞罗纳总部带来的几百幅彩色喷绘灯箱及海报。其逼真的效果,使与会人员难以忘怀。

“我们认为下一个世纪的打印会更为鲜艳,更快速、更具震撼力。”中国惠普有限公司副总裁兼信息产品事业部总经理余永旭先生说:“如同惠普的激光打印机,在15年前改变了办公室自动化,取代了手工的方式一样。现在惠普的大幅面数字彩色打印机,以其鲜艳的图形渲染效果,高效率的输出及应用广泛的解决方案,将大幅面数字彩色应用带入21世纪。”

据有关机构统计,1998年大幅面数字打印设备的市场容量为80亿美元,并且还以每年30%的高速增长,预计到2003年这个数字将会达到230亿美元。在这快速成长的市场中,大幅面的应用已从传统的专业行业,发展到各种更新更大众的应用领域,并且这样快速的发展,也必将推动各个不同行业,在未来的商业世界中,产生彩色的革命。

21世纪,世界将更加精彩。惠普公司的大幅面数字彩色打印技术将改变人们的生活方式,使我们的工作和生活更加丰富多彩。“惠普大幅面数字彩色时空”大型展示会,旨在使用户提前领略21世纪的风采,领略数字彩色的神奇。21世纪将是充满个性化的时代,人们希望通过各种途径渲染自己的个人生活,使其变得更有色彩、更富有情趣、更加突出自己的个人魅力。

从彩色印刷制版行业的发展来看,数字放大必将取代传统洗印工艺。惠普的大幅面数字彩色输出技术将极大地促进传统摄影业向数字化的进军及发展。而惠普针对短版印刷、印前打样、电力配网、铁路调度、石油勘探等等不同领域的解决方案,也同样对这些领域带来了极大的冲击。

此次“惠普大幅面数字彩色时空”大型展示会历时两天,惠普公司向与会者展示了多款大幅面打印机,同时提出了针对各级代理商、分销商、经销商的支持方案以及面向不同行业客户的全面解决方案。值得一提的是,惠普的工作人员在现场指导与会观众自己动手制作出大幅面数字彩色喷绘图,观众通过亲自尝试着制作色彩绚丽逼真的大幅面照片,感受数字彩色技术的真谛。

通过参加此次展示会,与会者对大幅面彩色技术发展及解决方案都有了一个更深的了解。惠普公司指出,惠普大幅面打印机 DesignJet 系列 1999 年的目标是:向市场不断推出具有革命性的打印机产品;扩展中国市场对大幅面打印机的需求,加强用户的服务。为用户提供更完整的解决方案;拓展与渠道界的密切合作、加深用户的密切联系。

有关惠普公司及其产品信息,可至下列网址参考:<http://www.hp.com> 和 <http://www.hp.com.cn>